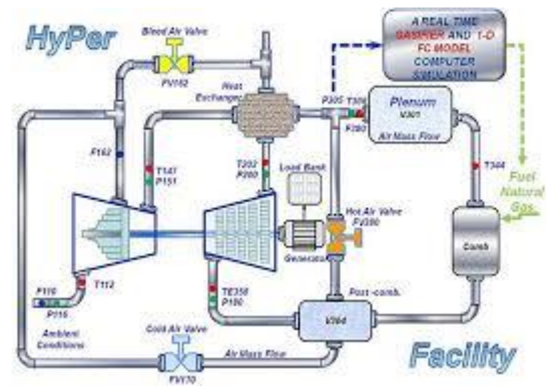
Facultatea de Inginerie Electrică, Energetică
şi Informatică Aplicată (IEEIA)

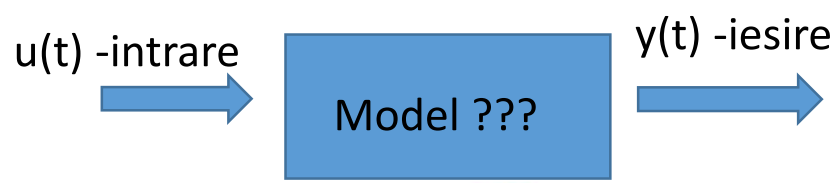
Identificarea şi Modelarea Sistemelor

Prof.univ.dr.ing. Marian-Silviu Poboroniuc

Cuprins

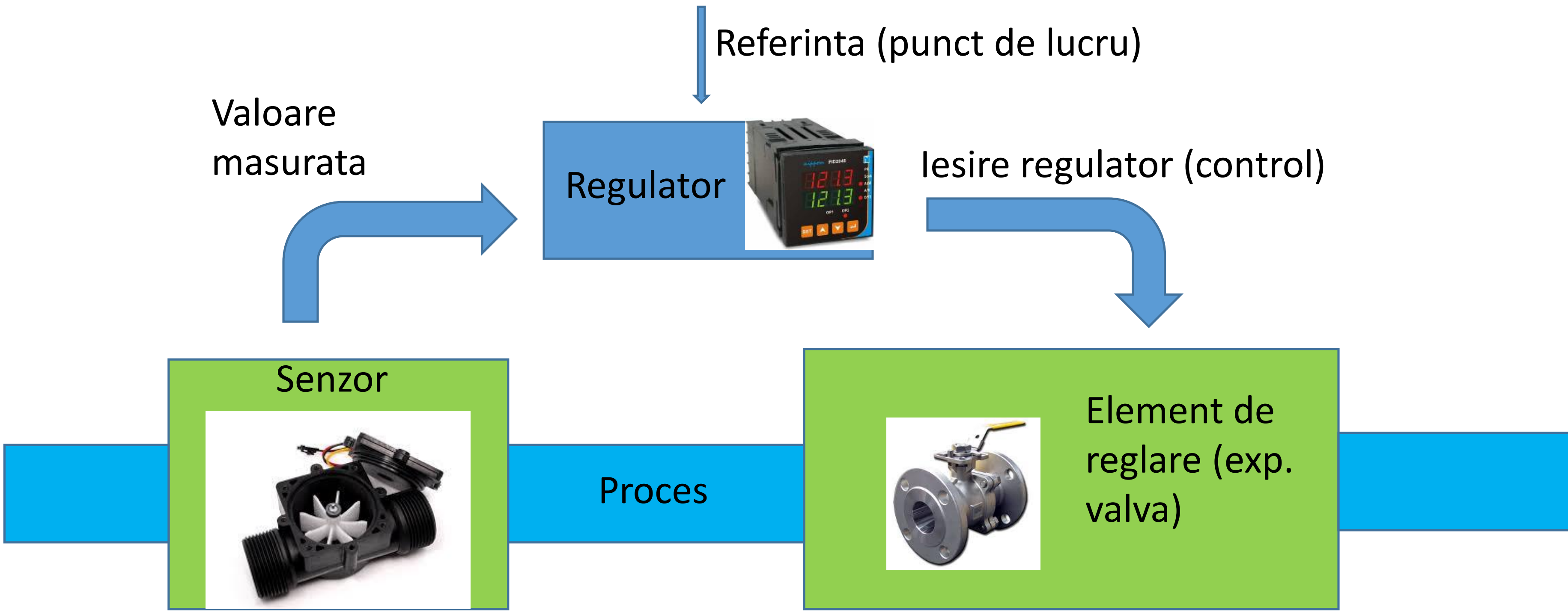
- Elemente introductive
- Bibliografie
- Cerinţe din cursurile anterioare (exp. TS)
- Structura
- Finalizare (cerinte laborator; organizare examen)





Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

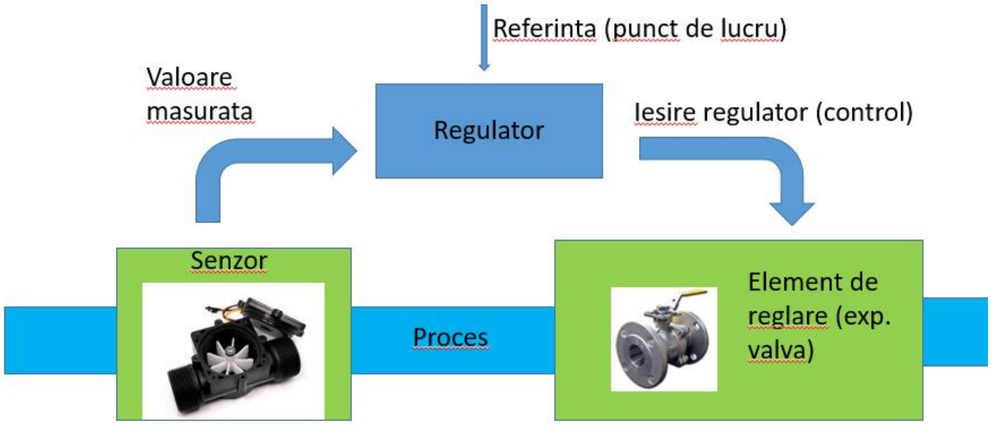
- **Problema: procesul nu este reglat corespunzator ?! … ceva nu merge**



Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

- **Problema: procesul nu este reglat corespunzator ?! … ceva nu merge**

- **1. Inspectare vizuala (rugina, … senzor vechi,…, blocaje,…)**



Daca presupunem un regulator PID, suntem in cautarea parametrilor acestuia Kp, Kd, Ki.

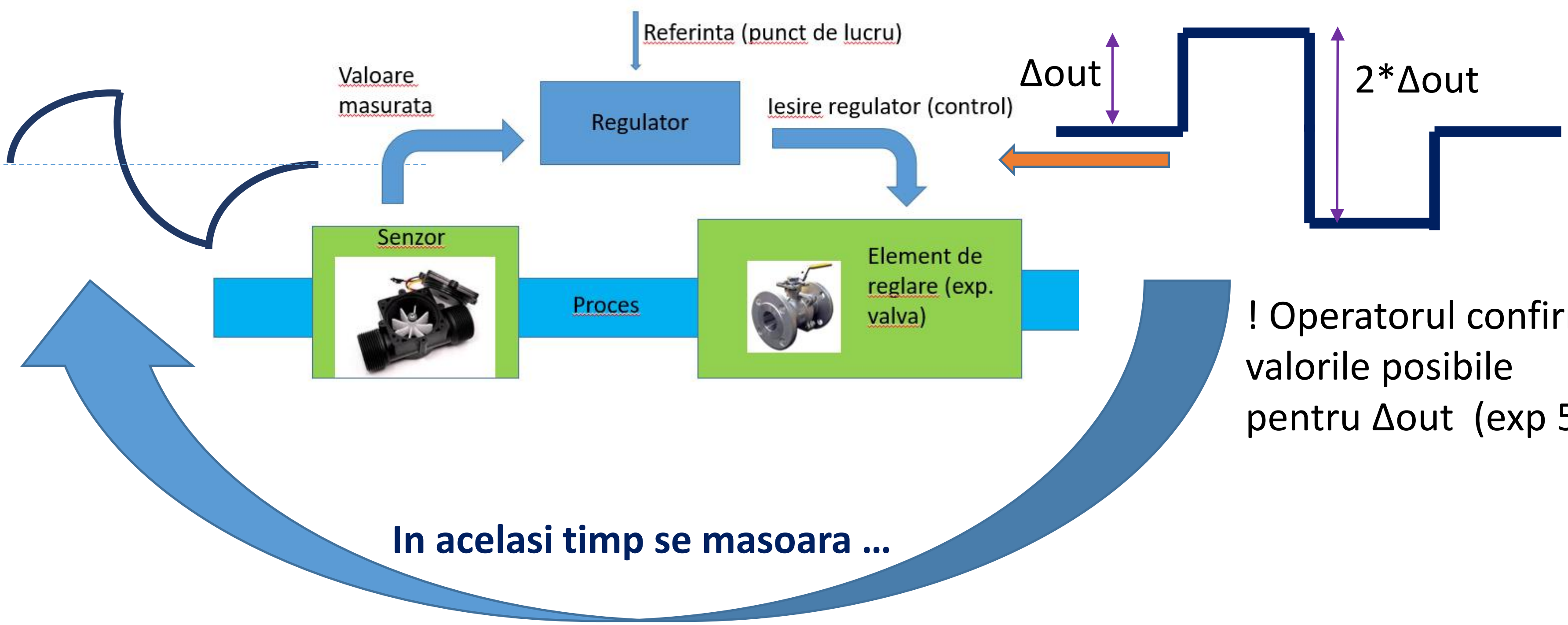
Procese cu autoechilibrare (curgere fluid, presiune, temperatura, consistenta substanta) … cam 80-90% din procesele industriale (reglaj PID …).

Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

- **Problema: procesul nu este reglat corespunzator ?! … ceva nu merge**

- **2. Test tip intrare treapta ("bump test")**

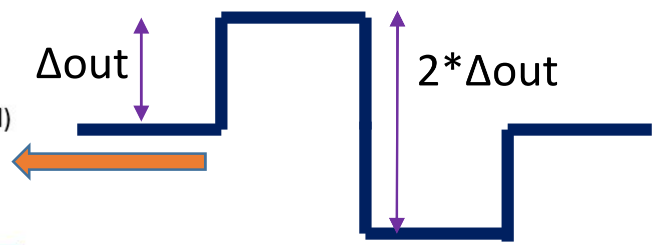
"controler in mod manual"

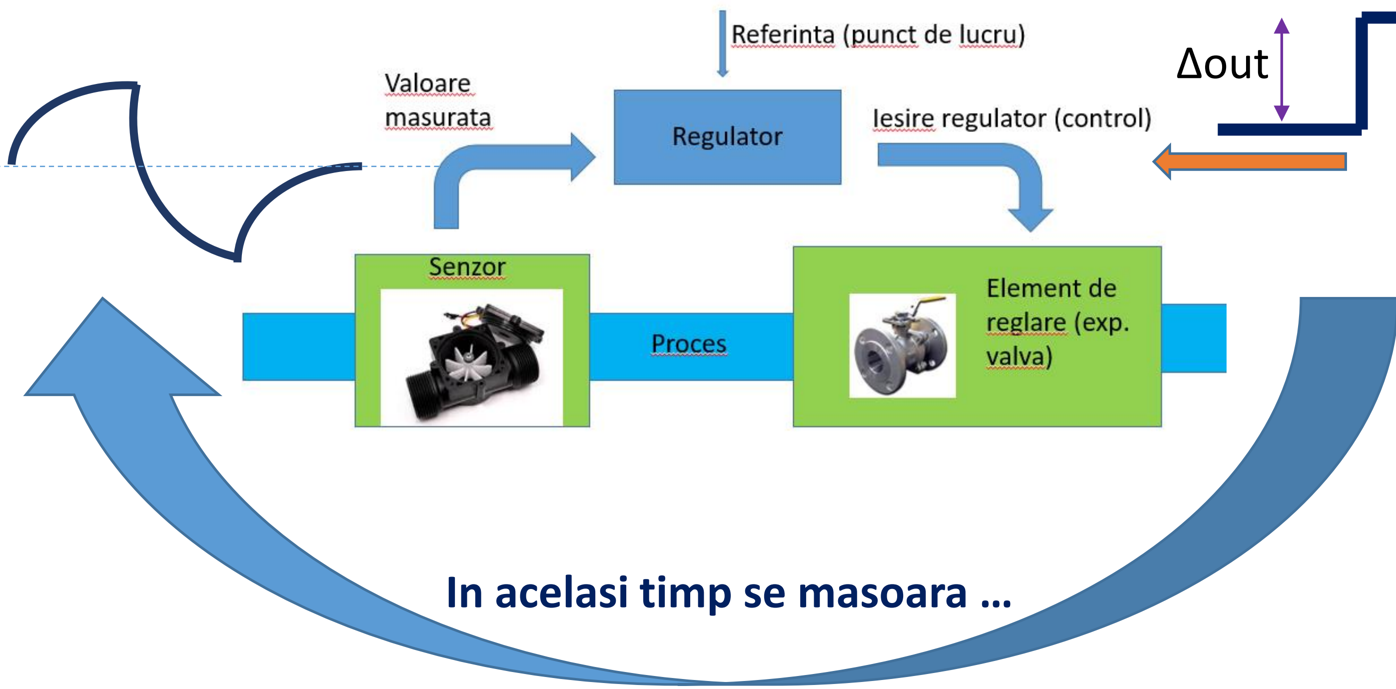


! Operatorul confirma valorile posibile pentru Δout (exp 5%)

Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

"controler in mod manual"





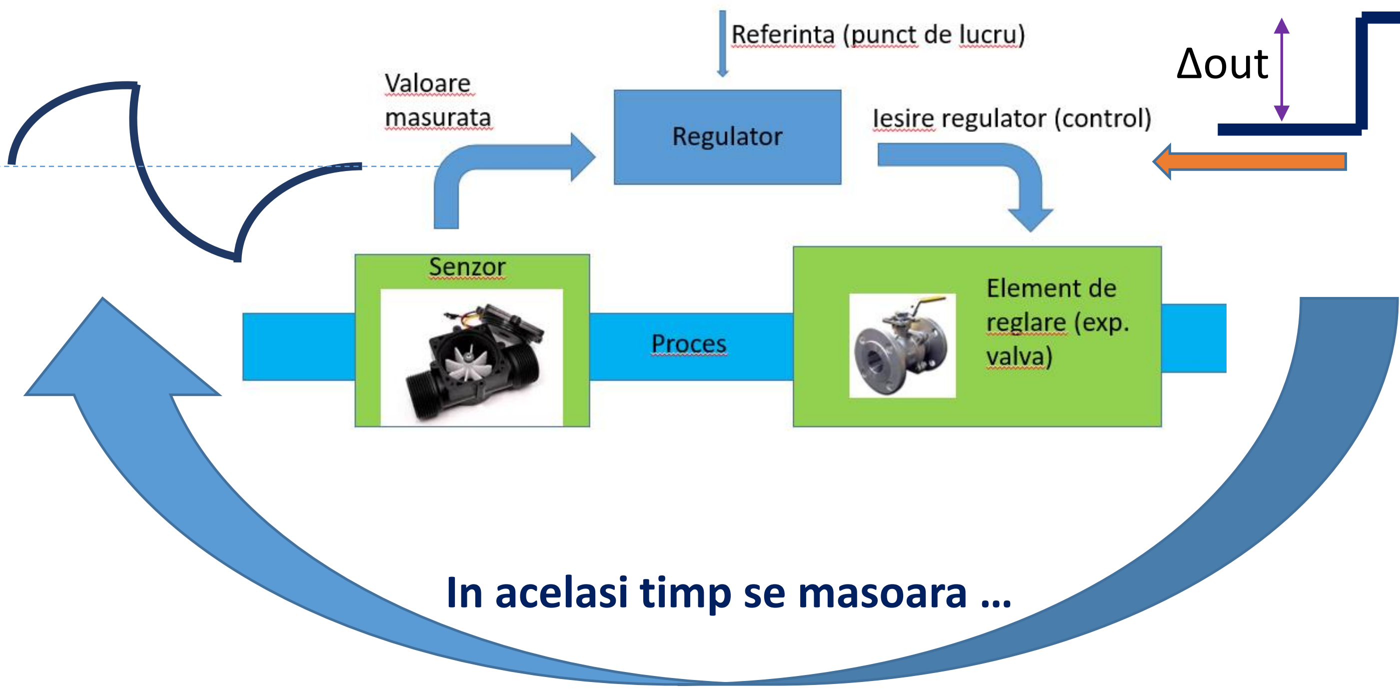
! Operatorul confirma valorile posibile pentru Δout (exp 5%)

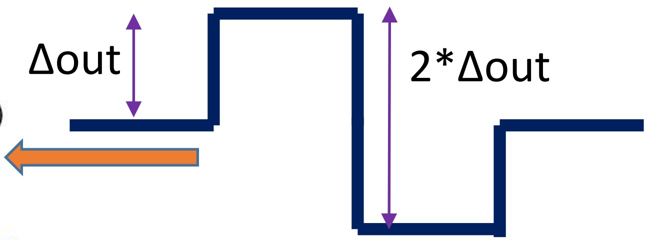
De ce ?

- Dorim sa determinam dinamica sistemului ! → **3. Modelare / identificare**

Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

“controler in mod manual”





! Operatorul confirma valorile posibile pentru Δout (exp 5%)

Intelegem dinamica sistemului !

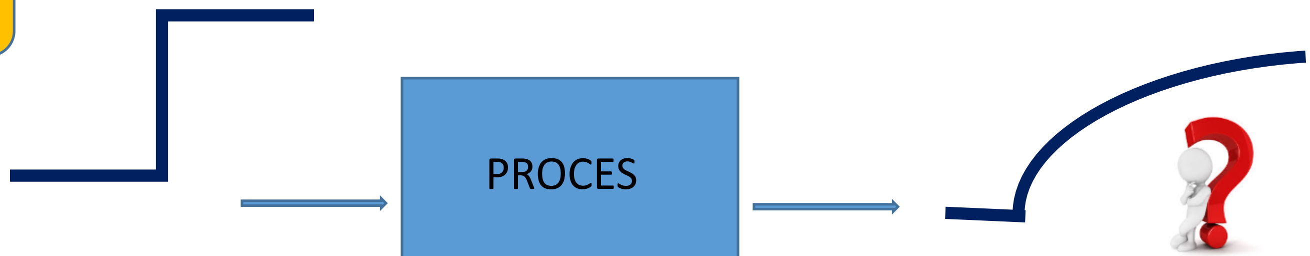
3. Modelare / identificare

4. ‘Tuning’ (parametri PID)

5. Validare (valori date pe referinta)

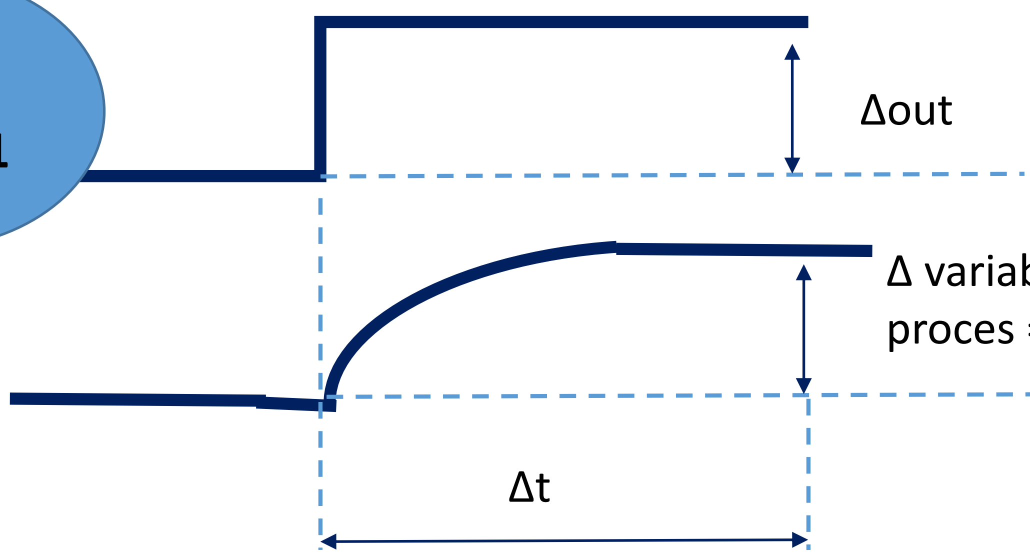
Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

3. Modelare / identificare



Identificare ?

Model ordin 1

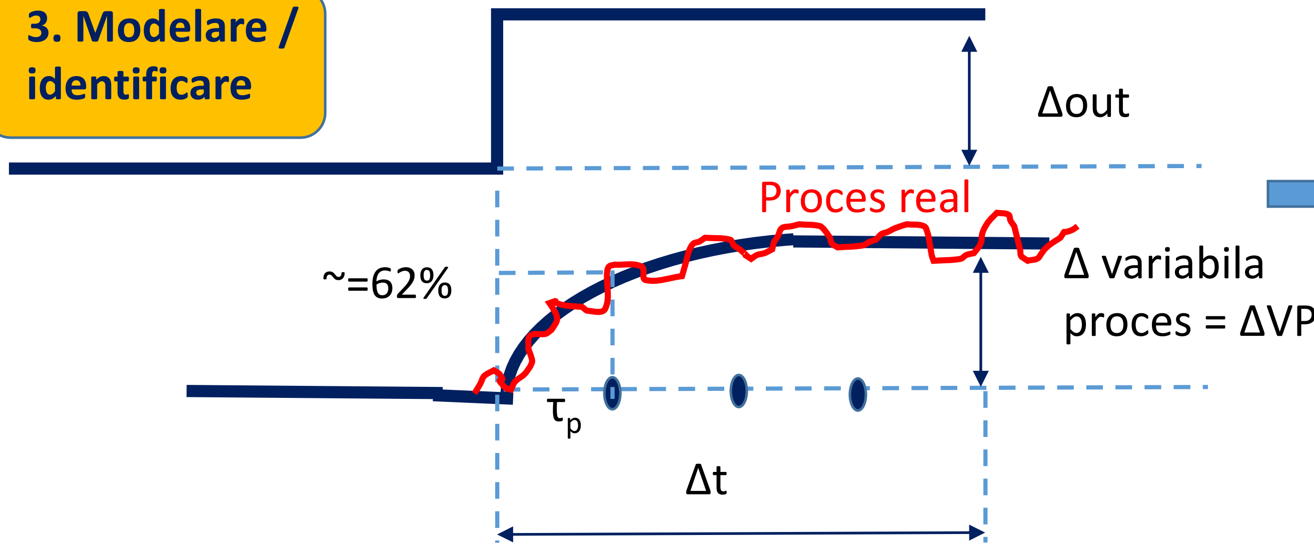


Amplificare proces

$Kp = \Delta VP / \Delta out$

Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

3. Modelare / identificare



Amplificare
proces
$K_p = \Delta VP/\Delta out$

Raspunde la intrebarea "Cat de mult s-a modificat?" …

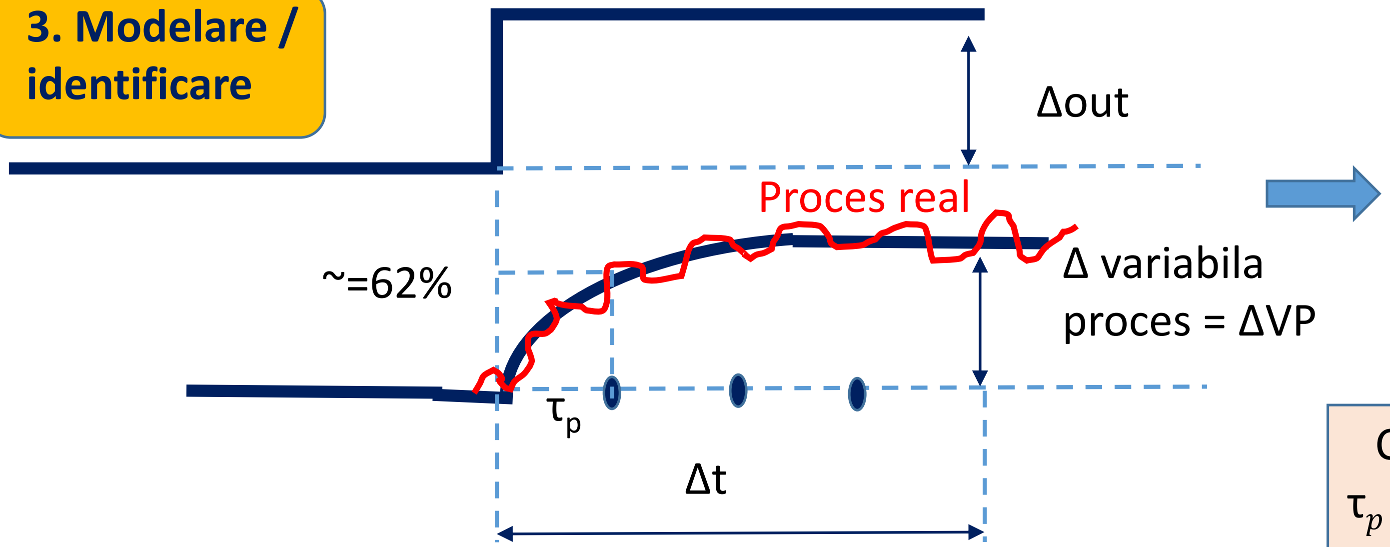
Constanta de timp
$\tau_p = \Delta t/4$

$\boxed{\tau_p}$ si $\boxed{K_p}$ $esentiale$

- Determinate de mai multe ori;
- Daca nu ies aproximativ la fel de fiecare data procesul are niste neliniaritati care mai trebuie investigate, probleme la partea de actionare…

Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

3. Modelare / identificare



Amplificare proces
$K_p = \Delta VP/\Delta out$

Constanta de timp
$\tau_p = \Delta t/4$

τ_p si K_p *determinate* => dinamica procesului a fost identificata

Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

4. 'Tuning'

PID implementate in controlere de firma producatoare (vezi 'data sheet')

Standard $$K_C(1+\frac{1}{sTi}+sTd)$$

Paralel $$K_p+\frac{k_i}{s}+skd$$

Clasic $$K_C(1+\frac{1}{sTi})(1+sTd)$$

Daca T_d=*0* atunci cele doua sunt identice

Daca se fac calculele pentru unul dintre ele atunci se poate trece la oricare dintre celelalte.

PID / On-OFF / TP

- PID P = Propotional Band = 1.0 to 999.9 units adjustable
  I = Integral = 0 to 3600 (0-1200) seconds adjustable
  D = Derivative = 0 to 500 seconds adjustable
  CT = Cycle Time = 0.5 to100 seconds adjustable
- On-OFF Hysteresis = 1 to 99 units adjustable
- Time Proportional = 0.1 to 100.0 units adjustable

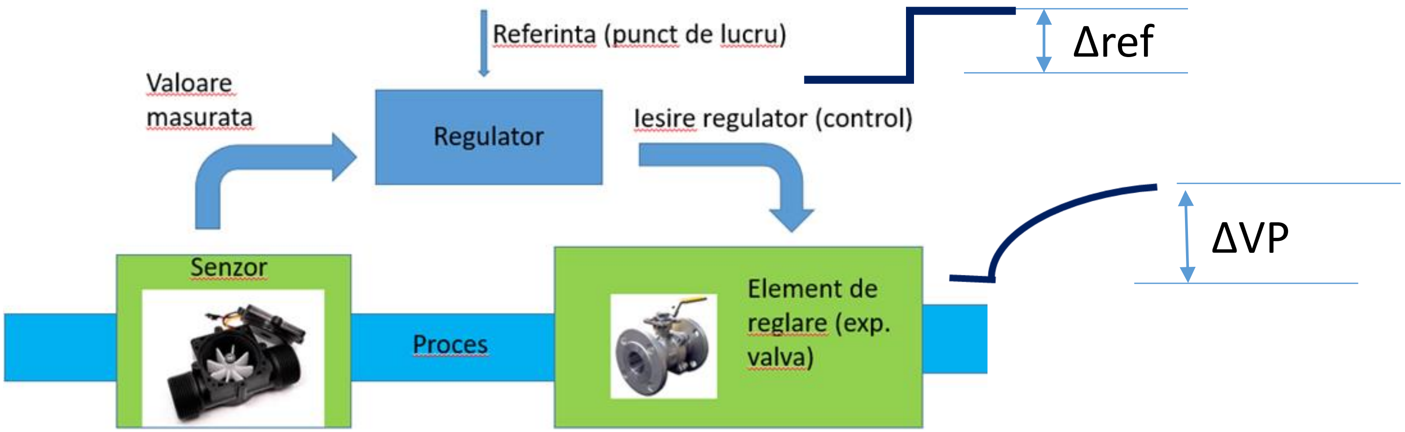
http://www.nipponinstruments.com/pid-controllers-in-india.html

Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

4. ‘Tuning’

Standard $K_C(1 + \frac{1}{sTi} + sTd)$

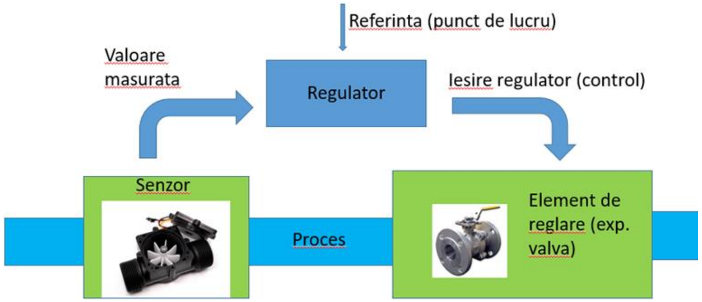
! Inchidem bucla



Calcul: in bucla inchisa; raspuns in bucla inchisa al sistemului de ordin 1

$$K_{CL} = \frac{\Delta VP}{\Delta ref} = 1$$

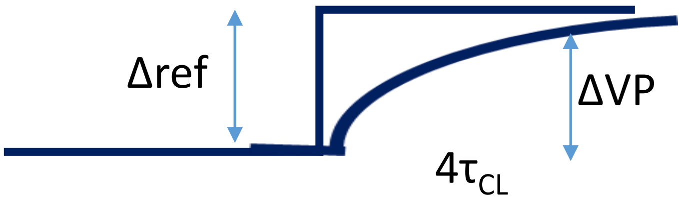
Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare



4. 'Tuning'

Standard $K_C\left(1 + \frac{1}{sTi} + sTd\right)$

Calcul parametric regulator



Exp.: cu τ_p si K_p $\boldsymbol{determinate}$ $\boldsymbol{(proces\ de\ ordin\ 1\ identificat\ pentru\ regulator)}$

$$K_C = \frac{1}{k_p * \tau_{multiplicare}}$$

$T_i = \tau_p$

$T_d = 0$

$\tau_{multiplicare}$	Viteza proces
1	Foarte rapid
2	Rapid
3	Sigur
4	Lent

$$\tau_{multiplicare} = \frac{\tau_{bucla}}{\tau_p}$$

Invariabil (determinat)

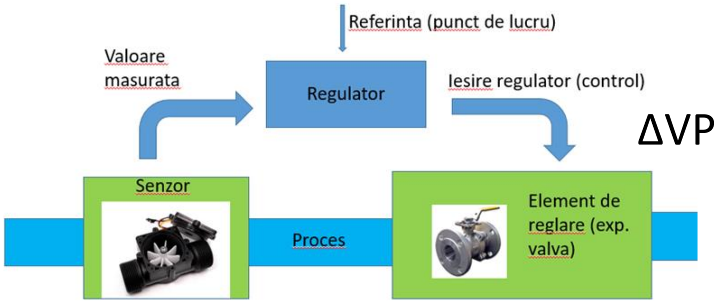
Exemplu- prescrierea parametrilor unei bucle de reglare

5.Validare

Standard

$$K_C(1 + \frac{1}{sTi} + sTd)$$

Δref



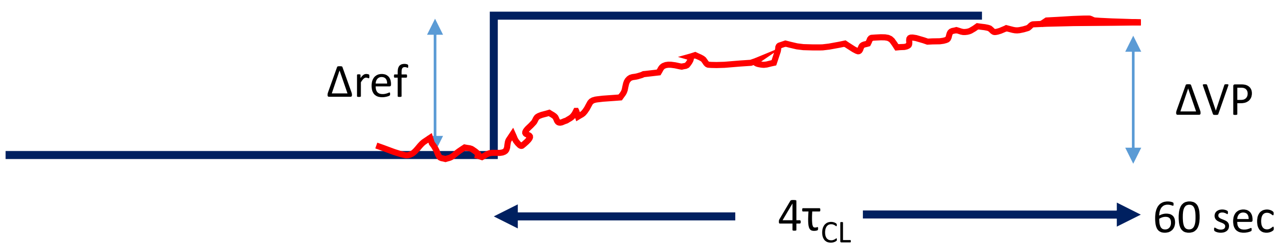
ΔVP= Δout

Exemplu: k_p =3.0; τ_p=5.0;
$\tau_{multiplicare}$=3 (sigur)

$$K_C = \frac{1}{k_p * \tau_{multiplicare}} = 1/9$$

$T_i = \tau_p = 5$

$T_d = 0$

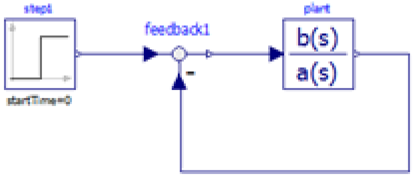


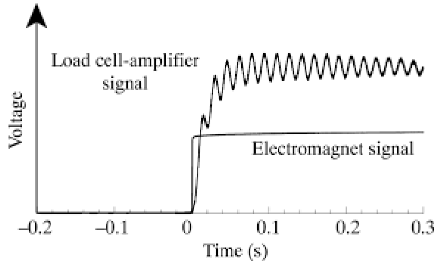
$$\tau_{bucla} = \tau_{multiplicare} * \tau_p = 15 \text{ sec}$$

Cunostinte necesare !

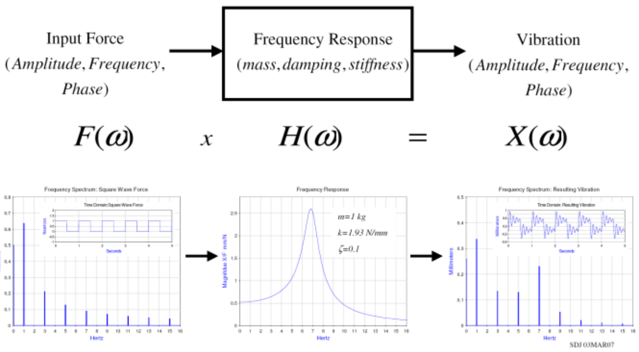
- TS:
  - Raspunsul la impuls

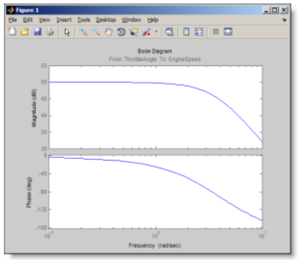
  - Raspunsul indicial





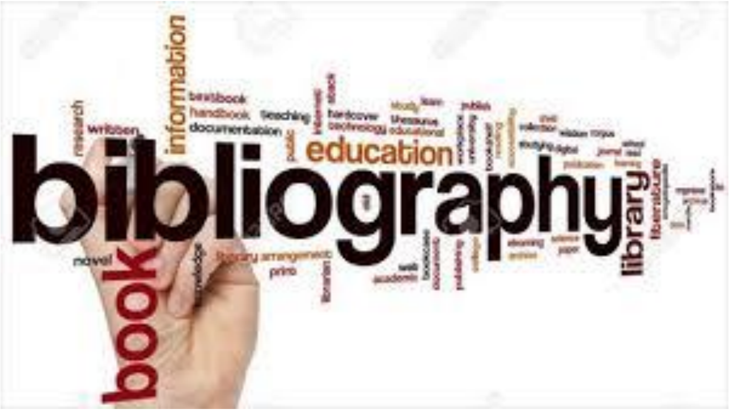
  - Raspunsul la frecventa





Diagrame Bode

Bibliografie



- Livinţ Gh., 2003, Modelarea şi identificarea sistemelor, Editura “Gh. Asachi” Iaşi, 2002, 302 pag.
- M. Poboroniuc, G. Livint, M. Petrescu, Aplicatii in modelarea si identificarea sistemelor, Editura ELECTRA, Bucuresti, pp.186, 2004, ISBN 973-7728-21-1.
- Carte care se poate descarca de pe net: http://user.it.uu.se/~ts/sysidbook.pdf (T. Soderstrom, P. Stoica. System Identification. Prentice Hall, 1989).

Raspunsul la impuls al sistemelor monovariabile netede. Proprietati

Marimea de intrare, u(t)= $\delta(t)$, cu imaginea

$$U(s) = L\{\ \delta(t)\ \} = 1\,.$$

Din ecuatia de transfer intrare-iesire pentru transformata Laplace a marimii de iesire se obtine

$$Y(s) = H(s)U(s) = H(s) \bullet 1 = H(s)$$

Semnificatia fizica a functiei de transfer: **Functia de transfer H(s) reprezinta transformata Laplace a raspunsului la impuls al sistemului.**

Aplicând transformata Laplace inversa rezulta

$$y(t) = L^{-1}\{\ H(s) \bullet 1\ \} = (h \bullet \delta) = \int_0^t h(t-\sigma)\,\delta(\sigma)\,d\sigma =$$

$$= h(t) = L^{-1}\{\ H(s)\ \}$$

Definitia 2.1.**Raspunsul la impuls** al unui sistem monovariabil neted, **numit functie sau distributie pondere**, **este originalul *h(t)* corespunzator functiei de transfer *H(s)***

$$h(t) = L^{-1}\{H(s)\}.$$

Principalele proprietati ale raspunsului la impuls sunt:

1**) Raspunsul la impuls *h(t)* este nul pentru *t < 0*** deoarece un sistem cauzal pleaca din repaus si conditiile initiale la $t = 0_-$ sunt nule.

2) Pentru *t ≥ 0* distributia *h(t)* satisface ecuatia de mai jos, care se poate scrie utilizând derivata în sens distributii

$$D^n h(t) + a_{n-1} D^{n-1} h(t) + \ldots + a_1 Dh(t) + a_0 h(t) =$$

$$= b_m D^m \delta(t) + b_{m-1} D^{m-1} \delta(t) + \ldots + b_1 D\delta(t) + b_0 \delta(t).$$

Daca se aplica transformata Laplace se obtine o identitate:

$$(s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0) H(s) =$$

$$= b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0 .$$

3) Pentru *t > 0, h(t)* este o functie continua si infinit derivabila, numita functie pondere, care satisface ecuatia diferentiala omogena

$$h^{(n)}(t)+a_{n-1}h^{(n-1)}(t)+\ldots+a_1 h^{(1)}(t)+a_0 h(t)=0 \quad t\geq 0\,. \qquad (2.228)$$

4) Pentru *m ≤ n - 1, h(t)* nu contine distributia Dirac si derivatele sale. Valorile initiale ale functiei pondere si ale derivatelor sale se determina utilizând teorema valorii initiale. Se presupune ca *m = n - 1*. *Se obtine*

$$h(0_+)=\lim_{s\to\infty} s\,H(s)=\lim_{s\to\infty}\frac{b_{n-1}s^n+b_{n-2}s^{n-1}+\ldots+b_1 s^2+b_0 s}{s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+a_1 s+a_0}=b_{n-1}\,.$$

(2.229)

$$h^{(1)}(0_+) = \lim_{s \to \infty} s\,(s\,H(s) - h(0_+)) =$$

$$= \lim_{s \to \infty} s\left[\frac{b_{n-1}s^n + b_{n-2}s^{n-1} + \ldots + b_1 s^2 + b_0 s}{s^n + a_{n-1}s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0} - b_{n-1}\right] =$$

$$= b_{n-2} - a_{n-1}b_{n-1} = -\begin{vmatrix} b_{n-1} & 1 \\ b_{n-2} & a_{n-1} \end{vmatrix}.$$

$$h^{(2)}(0_+) = \lim_{s \to \infty} s[\,s^2 H(s) - sh(0_+) - h^{(1)}(0_+)] =$$

$$= \begin{vmatrix} b_{n-1} & 1 & 0 \\ b_{n-2} & a_{n-1} & 1 \\ b_{n-3} & a_{n-2} & a_{n-1} \end{vmatrix}.$$

Se continua procedeul si **rezulta pentru derivata de ordinul *(n-1)* urmatoarea expresie**

$$h^{(n-1)}(0_+) = (-1)^{n-1} \begin{vmatrix} b_{n-1} & 1 & 0 & \dots 0 & 0 \\ b_{n-2} & a_{n-1} & 1 & \dots 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_2 & a_3 & a_4 & \dots 1 & 0 \\ b_1 & a_2 & a_3 & \dots a_{n-1} & 1 \\ b_0 & a_1 & a_2 & \dots a_{n-2} & a_{n-1} \end{vmatrix} .$$

Cu aceste valori initiale *h(t)* se poate determina pentru $t \geq 0$ *ca solutie a ecuatiei omogene.*

5) Pentru $m \leq n - 1$, ***h(t) este o functie continua pentru*** $t \geq 0$, care se poate exprima printr-o **suma de exponentiale**. Acestea se pot obtine aplicând transformata Laplace inversa a functiei de transfer $H(s)$

$$h(t) = L^{-1}\{H(s)\} = \sum_{i=1}^{r} \sum_{j=1}^{q_i} \frac{k_{ij}}{(q_i - j)!} t^{q_i - j} e^{\lambda_i t}$$

$$k_{ij} = \frac{1}{(j-1)!} \left(\frac{d^{j-1}}{ds^{j-1}} \left[(s - s_i)^{q_i} H(s) \right] \right)_{s=\lambda_i} \qquad \sum_{i=1}^{r} q_i = n \, .$$

si λ_i, $i = 1, \ldots, r$ sunt radacinile ecuatiei caracteristice fiecare de multiplicitate q_i,

Raspunsul la impuls se poate obtine **experimenta**l cu o buna aproximatie, daca **la intrarea sistemului se aplica un impuls dreptunghiular de amplitudine cât mai mare** (în limite admisibile pentru sistem), de **durata cât mai mica** si de energie suficienta, astfel ca sistemul sa reactioneze printr-un rapuns la iesire.

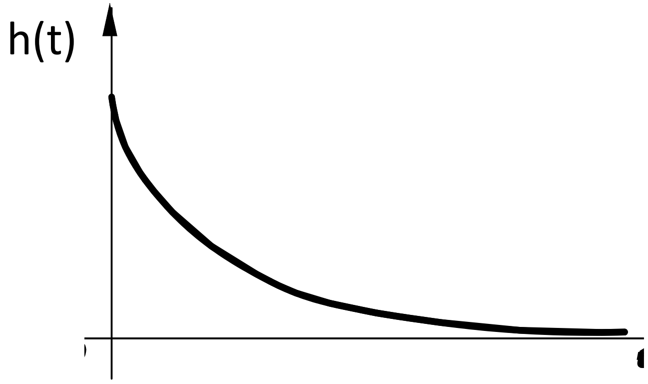
Exemple a) Sa se determine raspunsul la impuls al sistemului descris de ecuatia si functia de transfer:

$$2\,y^{(1)}(t)+y(t)=u(t)\,;\;y(0_-)=0\,. \qquad (1) \qquad H(s)=\frac{1}{2s+1}$$

$$h(t)=L^{-1}\{H(s)\}=\frac{1}{2}e^{-\frac{t}{2}}\,.$$

Valoarea initiala a raspunsului la impuls este $h(0_+)=b_0=0{,}5\,.$

Raspunsul la impuls este reprezentat grafic .



b) Fie un sistem monovariabil descris de ecuatia diferentiala

$$y^{(2)}(t) + 3\,y^{(1)}(t) + 2y(t) = 2u(t) \qquad y(0_-) = 0\,;\; y^{(1)}(0_-) = 0\,;\, u(t) = \delta(t)\,.$$

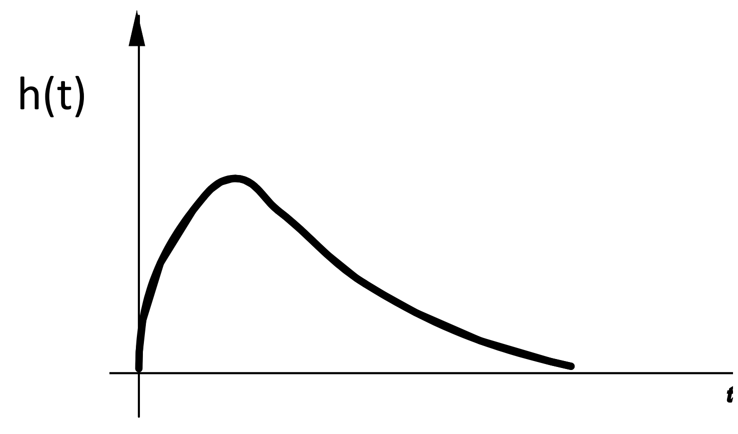
Functia de transfer a sistemului este

$$H(s) = \frac{2}{s^2 + 3s + 2} = \frac{2}{s+1} - \frac{2}{s+2}\,.$$

Se calculeaza raspunsul la impuls si conditiile initiale

$$h(t) = L^{-1}\{H(s)\} = 2\,e^{-t} - 2\,e^{-2t}\,. \qquad h(0_+) = 0\,;\, h^{(1)}(0_+) = 2\,.$$

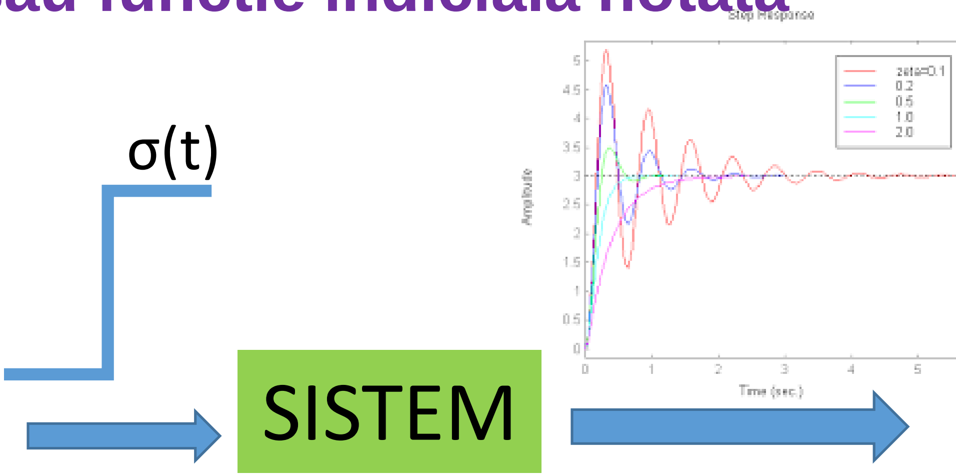
Graficul raspunsului la impuls *h(t)*:



Raspunsul indicial al sistemelor dinamice monovariabile netede

Raspunsul unui sistem monovariabil liniar neted la un **semnal de intrare treapta unitara, în conditii initiale nule**, se numeste **raspuns indicial sau functie indiciala notata cu *w(t)*.**

$$u(t)=\sigma(t),U(s)=L\{\sigma(t)\}=\frac{1}{s}$$



ecuatia de transfer devine

$$Y(s)=H(s)U(s)=\frac{H(s)}{s}=W(s).$$

În domeniul timpului se poate scrie, produsul de convolutie:

$$w(t)=(h\bullet\sigma)(t)=\int_0^t h(\tau)\sigma(t-\tau)\,d\tau=\int_0^t h(\tau)d\tau$$

$$w(t)=L^{-1}\{H(s)\frac{1}{s}\}.$$

Raspunsul indicial se poate defini ca fiind **functia, sau mai general distributia *w(t)*, originalul corespunzator expresiei *H(s)/s*.**

Proprietatile principale ale raspunsului indicial sunt similare celor corespunzatoare raspunsului la impuls.

1. Raspunsul indicial *w(t)* este nul pentru $t < 0$,
2. Pentru $t \geq 0$ distributia *w(t)* satisface ecuatia

$$D^n w(t) + a_{n-1} D^{n-1} w(t) + \ldots + a_1 Dw(t) + a_0 w(t) =$$

$$= b_m D^m \sigma(t) + b_{m-1} D^{m-1} \sigma(t) + \ldots + b_1 D\sigma(t) + b_0 \sigma(t).$$

Daca aplicam transformata Laplace se obtine o identitate

$$(s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \ldots + a_1 s + a_0)W(s) =$$

$$= (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots + b_1 s + b_0) \bullet \frac{1}{s} ; W(s) = \frac{H(s)}{s} \ .$$

3. Pentru *t > 0, w(t)* este o functie continua care satisface ecuatia neomogena

$$w^{(n)}(t) + a_{n-1} w^{(n-1)}(t) + \ldots + a_1 w^{(1)}(t) + a_0 w(t) = b_0 \,.$$

4. *Corelatia dintre raspunsul indicial si functia pondere*
Raspunsul indicial al unui sistem este egal cu integrala functiei pondere.

$$h(t) = D\, w(t) = D(h \bullet \sigma)(t) \,. \qquad H(s) = sW(s)$$

Derivata în sens distributii a raspunsului indicial al unui sistem este egala cu functia pondere a aceluiasi sistem.

5. Pentru $m \leq n$, functia indiciala nu contine distributia Dirac si derivatele ei.

Valorile initiale la momentul $t = 0_+$ ale functiei indiciale se calculeaza cu teorema valorii initiale.

Pentru $m = n$ se poate stabili relatia

$$w^{(n)}(0_+) = (-1)^n \bullet \begin{vmatrix} b_n & 1 & 0 & \ldots 0 & 0 \\ b_{n-1} & a_{n-1} & 1 & \ldots 0 & 0 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_2 & a_2 & a_3 & \ldots 1 & 0 \\ b_1 & a_1 & a_2 & \ldots a_{n-1} & 1 \\ b_0 & a_0 & a_1 & \ldots a_{n-2} & a_{n-1} \end{vmatrix} .$$

Pentru $m \le n$, **functia indiciala** este formata dintr-o suma de exponentiale si functia treapta

$$w(t) = L^{-1}\left\{\frac{H(s)}{s}\right\} = \frac{b_0}{a_0}\sigma(t) + \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{q_i}\frac{k_{i'j}}{(q_i - j)!}t^{q_i - j}e^{\lambda_i t}$$

$$k_{i'j} = \frac{1}{(j-1)!}\left(\frac{d^{j-1}}{ds^{j-1}}\left[(s-\lambda_i)^{q_i}\frac{H(s)}{s}\right]\right)_{s=\lambda_i}$$

$$t > 0 \; ; i = 1,2,\ldots,r \;\; ; \; j = 1,2,\ldots,q_i$$

Componenta permanenta a raspunsului indicial este

$$w_p(t) = \frac{b_0}{a_0} = H(0).$$

Exemplu Pentru sistemul de ordinul *1* descris de functia de transfer (1), aplicând transformata Laplace inversa rezulta

$$w(t) = L^{-1}\left\{\frac{H(s)}{s}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{s(2s+1)}\right\} =$$

$$= \sigma(t) - 2e^{-\frac{t}{2}} = (1 - e^{-\frac{t}{2}})\sigma(t)$$

Graficul raspunsului indicial *w(t)*.
Valorile initiale la $t = 0_+$ sunt :
$w(0_+) = 0$ si $w^{(1)}(0_+) = 1/2$.

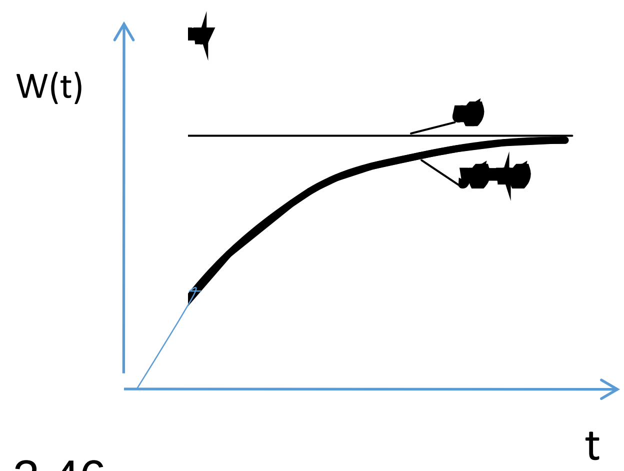


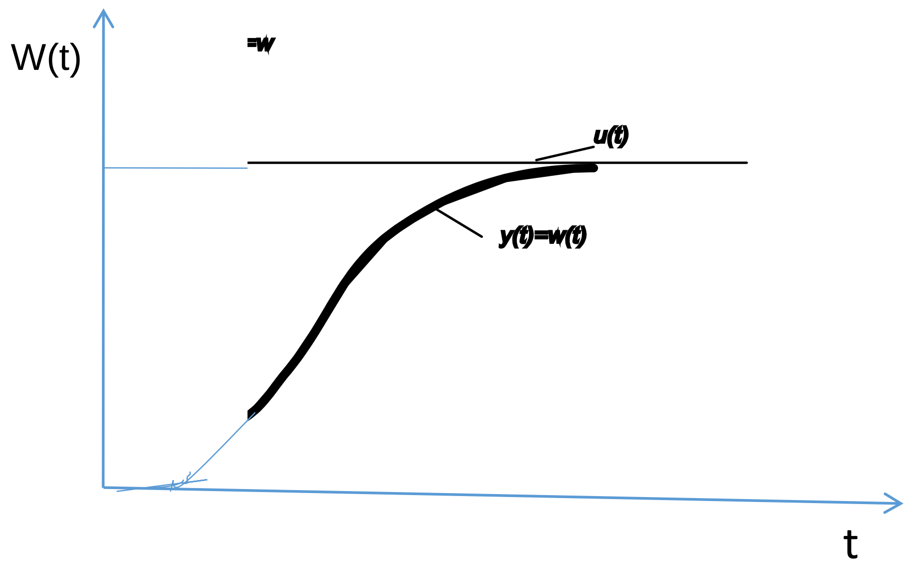
Fig. 2.46

b) Fie sistemul de mai jos dat prin H(s). Raspunsul indicial al acestui sistem se determina cu relatia

$$w(t) = L^{-1}\left\{\frac{H(s)}{s}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{2}{s(s^2+3s+2)}\right\} =$$

$$= \sigma(t) - 2e^{-t} + e^{-2t} = (1 - 2e^{-t} + e^{-2t})\,\sigma(t).$$

si este reprezentat grafic în figura. Valorile initiale la $t = 0_+$ sunt $w(0_+) = 0$; $w^{(1)}(0_+) = 0$; $w^{(2)}(0_+) = 2$.



Raspunsul la frecventa al sistemelor dinamice liniare monovariabile netede

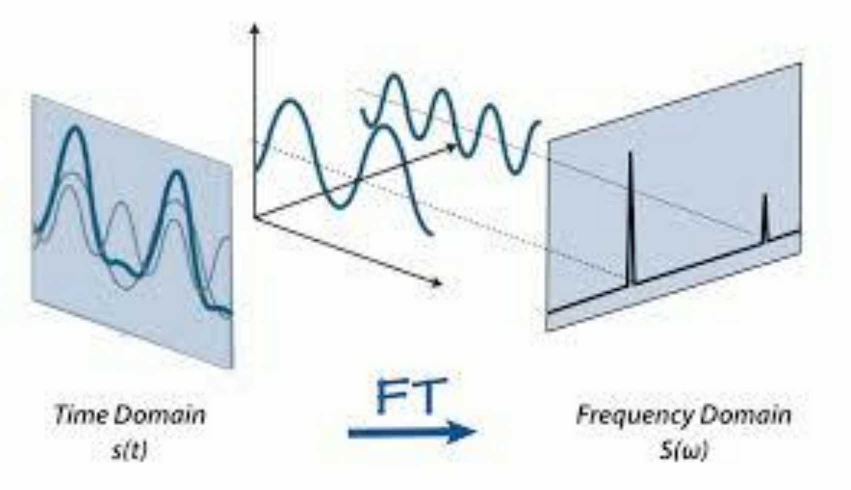
Definitie: **Raspunsul la frecventa al unui sistem dinamic** monovariabil este **raspunsul fortat al acestuia** determinat de un **semnal de intrare armonic (sinusoidal**).

$u(t)= U_m*\sin(\omega t)$

$y(t)= Y_m*\sin(\omega t+\varphi)$

$$y^{(n)}(t) + a_{n-1}y^{(n-1)}(t) + \ldots + a_1 y^{(1)}(t) + a_0 y(t) =$$

$$= b_m u^{(m)}(t) + b_{n-1}u^{(m-1)}(t) + \ldots + b_1 u^{(1)}(t) + b_0 u(t)$$



Se noteaza transformatele Fourier ale lui *y(t)* si *u(t)*

$$Y(j\omega) = F\{y(t)\};\, U(j\omega) = F\{u(t)\}$$

Tinând seama de proprietatile transformatei Fourier se obtine

$$Y(j\omega)[(j\omega)^{(n)} + a_{n-1}(j\omega)^{(n-1)} + \ldots + a_1 j\omega + a_0] =$$

$$= U(j\omega)[b_m(j\omega)^{(m)} + b_{m-1}(j\omega)^{(m-1)} + \ldots b_1 j\omega + b_0].$$

$$Y(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} \ldots + b_1 j\omega + b_0}{(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_1 j\omega + a_0} U(j\omega)$$

$$H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{U(j\omega)} = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} \ldots + b_1 j\omega + b_0}{(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_1 j\omega + a_0}.$$

Functia complexa *H(jω)* se poate obtine direct din **functia de transfer a sistemului, *H(s)*,** înlocuind ***s = jω***

$$H(j\omega) = H(s)\big|_{s=j\omega}.$$

Deci
$$Y(j\omega) = H(j\omega)U(j\omega).$$

Revenind în domeniul timpului, conform teoremei produsului de convolutie, se obtine

$$y(t) = (h \bullet u)(t) = \int_0^{\infty} h(\sigma)u(t-\sigma)d\sigma = \int_{-\infty}^{t} h(t-\sigma)u(\sigma)d\sigma$$

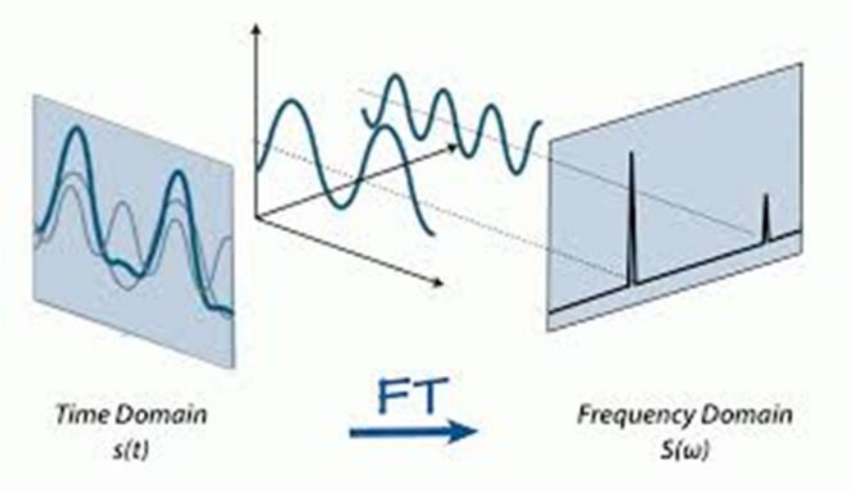
$$h(t) = F^{-1}\{H(j\omega)\}.$$

Definitie **Functia complexa *H(jω)* se numeste raspunsul la frecventa** al unui sistem dinamic monovariabil si **se defineste ca transformata Fourier a raspunsului la impuls** al acestuia

$$H(j\omega) = F\{h(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{0}^{\infty} h(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$h(t) = 0 \quad pentru \quad t < 0. \qquad H(-j\omega) = \overline{H(j\omega)}$$

Rezulta o **interpretare fizica a transformatei Fourier: transformata *H(jω)* este o imagine frecventiala (spectrala) a originalului *h(t)*.**



$$\frac{Y_m}{U_m} = M(\omega_0) = |H(\omega_0)|;\ \varphi(\omega_0) = \arg H(j\omega_0)$$

Deci **modulul raspunsului la frecventa** este egal cu raportul dintre amplitudinea oscilatiei de la iesire si amplitudinea oscilatiei de la intrare, iar **argumentul** sau este egal **cu faza oscilatiei de la iesire.**

$u(t) = U_m * \sin(\omega t)$

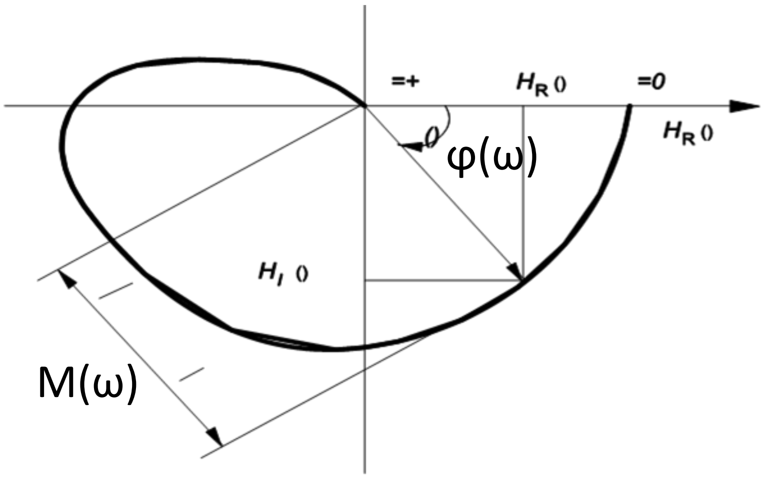
$y(t) = Y_m * \sin(\omega t + \varphi)$

Pe baza **raspunsului la frecventa s-a dezvoltat metoda** de analiza si sinteza a sistemelor dinamice, denumita ***metoda frecventiala.***

Reprezentari grafice ale raspunsului la frecventa ale sistemelor monovariabile netede

Raspunsul la frecventa $H(j\omega)$ este o functie complexa de variabila reala ω. Se utilizeaza reprezentarile grafice:

a) În planul complex $H_R(\omega)$, $jH_I(\omega)$ se traseaza hodograful fazorului $H(j\omega)$, pentru $\omega \in \boldsymbol{R}$ care se denumeste *loc de transfer* al raspunsului la frecventa.



b) Se reprezinta grafic separat functiile $M(\omega)$ si $\varphi(\omega)$ pentru $\omega \in [0, \infty)$ sau functiile $H_R(\omega)$ si $H_I(\omega)$ pentru $\omega \in [0, \infty)$.
***M(ω)* si *φ(ω)* se denumesc *caracteristica modul-frecventa*, respectiv *caracteristica faza-frecventa*.**

***$H_R(\omega)$* si *$H_I(\omega)$* se denumesc *caracteristica reala de frecventa,* respectiv, *caracteristica imaginara de frecventa*.**

c) Se reprezinta **grafic *caracteristica modul-faza***, luând în **abscisa faza *φ(ω)*** iar în **ordonata modulul *M(ω)*** si se gradeaza curba in valori ale lui ω. O asemenea caracteristica se numeste ***locul lui Black*.**
d) Se traseaza grafic $M(\omega)$ si $\varphi(\omega)$ în **coordonate logaritmice.** Aceste caracteristici constituie ***diagrama Bode****.*

Trasare diagrama Bode:

Exemplu Se considera o functie de transfer de forma

$$H(s) = \frac{k_1(2s+1)(0,5s+1)}{(100s+1)(10s+1)(0,1s+1)}$$

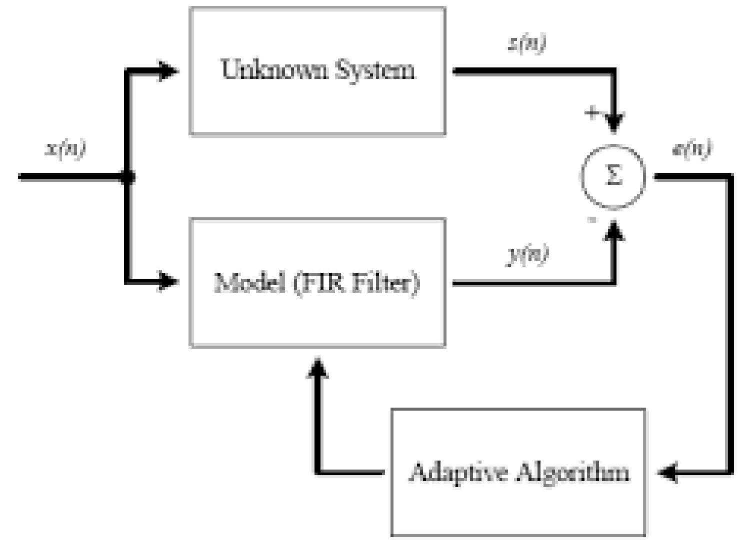
a) Punctele de frângere au urmatoarele abscise:

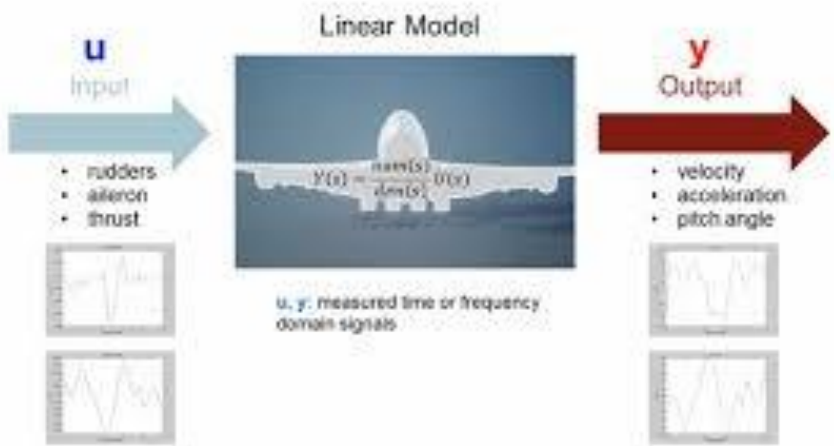
ω_1 = 1/100 = 0,01 [rad/sec]; ω_2 = 1/10 = 0,1 [rad/sec];

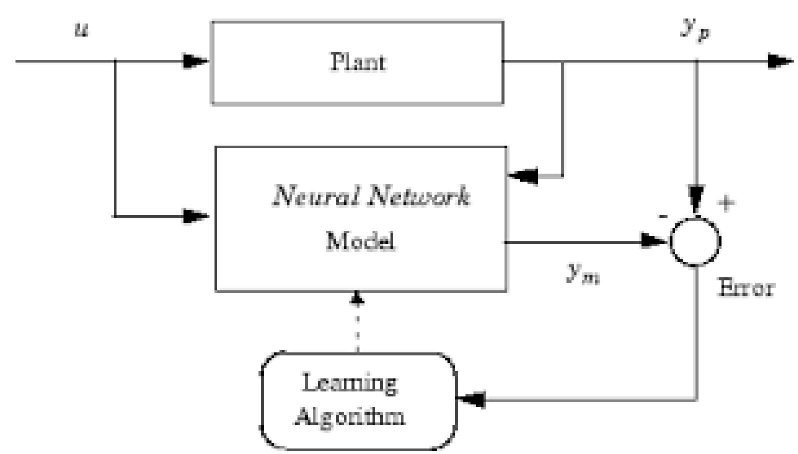
ω_3 = 1/2 = 0,5 [rad/sec]; ω_4 = 1/0,5 = 2 [rad/sec];

ω_5 = 1/0,1 = 10 [rad/sec];


What
Next


Unknown System
Model (FIR Filter)
Adaptive Algorithm
x(n)
z(n)
y(n)
e(n)
+
Σ


Linear Model
u
Input
y
Output
rudders
aileron
thrust
velocity
acceleration
pitch angle
u, y: measured time or frequency
domain signals


u
Plant
y_p
Neural Network
Model
y_m
+
-
Error
Learning
Algorithm

Capitolul I
Probleme generale ale modelarii si identificariii sistemelor

1. Introducere în modelarea sistemelor

Un **sistem este o grupare de elemente pasive şi active** organizate astfel ca, la o comandă, **să execute o funcţie determinată**

Un sistem constituie o **unitate relativ delimitată** faţă de mediul înconjurător printr-o **anumită structură internă.**

Principalele **caracterizări ale noţiunii de sistem sunt:**

. **părţile componente ale unui sistem** se află într-o **anumită relaţie**, pe baza căreia se delimitează sistemul faţă de mediul înconjurător;

- **elementele sistemului au funcţii precise ş**i ocupă în cadrul sistemului **poziţii bine determinate**; sistemul are deci o **anumită structură;**
- între mărimile fizice ale sistemului există **legături de cauzalitate. Mărimile cauze** se numesc **mărimi de intrare**, iar **mărimile efect** se numesc **mărimi de ieşire**;
- legăturile de cauzalitate pot fi astfel ordonate încât în cadrul sistemului să **existe legături inverse (reacţii) pozitive** sau **negative**;
- **acţiunea comun**ă a părţilor sistemului asigură **realizarea unui anumit scop;**

O parte a unui sistem se numeşte **subsistem**. Noţiunile de **sistem** şi **subsistem** sunt relative.

Între părţile unui sistem există legături prin care se transmit **informaţii**.

Mărimile fizice care transmit informaţii se numesc semnale. **Caracteristica fizică care se modifică** în dependenţă de informaţie se **numeşte parametru informaţional**

Semnalele sunt mărimi fizice existente la intrarea, ieşirea sau în interiorul sistemelor, care depind de parametrul informaţional şi de timp.

Analiza si modelarea sistemelor prezinta un interes crescut in domenii foarte diverse: conducerea proceselor, economie, biologie, medicina, ecologie

Analiza unui sistem poate fi realizata cu ajutorul modelelor deduse si verificate prin incercari experimentale succesive.

Un model al unui sistem este definit de **orice relaţie de legătură dintre semnalele observate** (de intrare şi de ieşire) ale acestuia

Modelul unui sistem constituie o reprezentare a aspectelor **esenţiale** ale acestuia, care **prezintă cunoştinţele despre sistem într-o formă utilizabilă,** adecvata scopului pentru care este necesar modelul .

Modelele pot fi de forme diferite şi pot fi exprimate prin **formalisme matematice de grade diferite**

Se deosebesc următoarele categorii de modele :

1. modele mintale;

2. modele grafice;

3. modele matematice sau analitice;

4. modele software.

1**. Modelele mintale** nu implică nici un **formalism matematic.**

De exemplu conducerea unui automobill presupune cunoaşterea faptului că rotirea volanului spre stânga sau dreapta determină dirijarea automobilului spre stânga sau dreapta.

2. Modelele grafice descriu **proprietăţile sistemelor** prin utilizarea **tabelelor numerice şi/sau a curbelor**.

Sistemele liniare pot fi **descrise** univoc prin **răspunsurile la impuls** sau **răspunsurile indiciale** sau prin **caracteristicile de frecvenţă**

3. Modelele matematice sau **analitice** ale sistemelor sunt reprezentate de **relaţiile de legătură dintre variabilele (semnalele) sistemului** exprimate prin **structuri matematice** de tipul **ecuaţiilor algebrice, ecuaţiilor diferenţiale sau cu diferenţe.**

4. Modelele software sunt programe utilizate pentru **simularea pe calculator** a unor sisteme. Pentru sisteme complexe aceste **programe** pot să fie realizate prin **interconectarea mai multor subrutine** şi **nu pot fi exprimate analitic** ca modelele matematice.

Nu este necesar ca modelul sa descrie amanuntit mecanismul real al **sistemului**. Modelul trebuie sa ofere o baza pentru decizii, sa fie o reprezentare cu complexitate redusa a realitatii.

Din acest punct de vedere modelele se pot clasifica in doua categorii principale:

1. **modele materiale (sau fizice).**
2. **modele abstracte (sau formale).**

1. Modelele fizice, atunci când pot fi construite, reprezinta **replici,** de obicei **la scara redusa**, ale **sistemelor originale**. Ele sunt utilizate in multe domenii ale tehnicii: constructii, navigatie, hidrotehnica etc, unde incercarile experimentale pe sistemele reale sunt costisitoare.

Trebuie cunoscute relatiile de similitudine intre sistemul original si replica sa la scara redusa.

2. Modelele abstracte sunt reprezentate de modelele matematice de forma ecuatiilor algebrice, ecuatiilor diferentiale sau sistemelor de ecuatii diferentiale sau cu diferente.

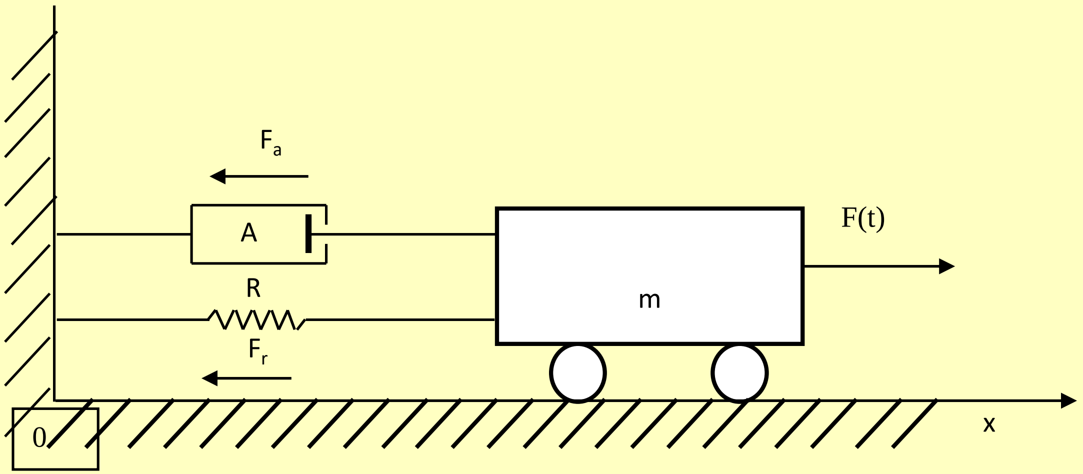


Fig.1

De exemplu, relatia dintre variabilele de intrare si iesire ale unui sistem mecanic, prezentat în fig. 1.1, este o ecuatie diferentială liniara de ordinul doi cu coeficienti constanti, care se obţine aplicând legea a doua a dinamicii şi înlocuind succesiv toate mărimile intermediare : forţele F_a, F_r , deplasarea $x(t)$:

$$F(t) - F_r - F_a = m\frac{d^2x(t)}{dt^2}; x(t) = y(t);$$

$$F_r = k_r x(t);\quad F_a = k_a \frac{dx(t)}{dt};\quad F(t) = u(t);$$

$$my^{(2)} + k_a y^{(1)} + k_r y = u(t);\ y^{(2)} + \frac{k_a}{m} y^{(1)} + \frac{k_r}{m} y = \frac{1}{m} u(t);$$

$$y^{(2)} + 2\xi\omega_n y^{(1)} + \omega_n^2 y = k_p \omega_n^2 u(t);\quad k_p = 1/k_r; \tag{1.1}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_r}{m}};\quad \xi = \frac{k_a}{2\sqrt{k_r m}};$$

unde : *y(t)* este mărimea de ieşire, *u(t)* este mărimea de intrare, *x(t)* este deplasarea sistemului după axa *Ox*, ω_n – este pulsaţia naturală, ξ este factorul de amortizare, k_p este factorul de amplificare.

Pentru sisteme complexe de tipul laminoarelor, coloanelor de distilare a titeiului, masinilor de fabricat hârtie, dependentele dintre variabilele de intrare si de iesire pot fi modelate printr-un numar mare de relatii matematice de tipul ecuatiilor diferentiale liniare si neliniare, ecuatii cu derivate partiale.

Modelul matematic al unui sistem trebuie sa includa atât comportarea sa in regimurile stationare cât si in regimurile tranzitorii (dinamice).

Pentru un circuit electric *RLC* serie modelul este o ecuaţie diferenţială de forma

$$LCy_{(t)}^{(2)} + RCy_{(t)}^{(1)} + y(t) = u(t); \quad \omega_{\mathrm{n}} = \frac{1}{\sqrt{\mathrm{LC}}}; \quad \xi = \frac{\mathrm{R}}{2}\sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{L}}}; \qquad (1.2)$$

Doua sisteme sunt analoage daca modelele lor matematice sunt identice ca forma.

Pentru sistemul mecanic din *fig. 1.1* şi un circuit electric *RLC* serie, ambele descrise de câte o ecuatie diferentiala liniară de ordinul doi, exista urmatoarele corespondente intre variabile, prezentate în *tabelul 1.1*

Tabelul 1.1

sistem mecanic	sistem electric
forta F	tensiune u
deplasare x	sarcina q
masa m	inductanta L
frecare k_a	rezistenta R
rigiditate k_r	capacitate C
$\xi = \frac{k_a}{2\sqrt{mk_r}};\ \omega_n = \sqrt{\frac{k_r}{m}};$	$\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}};\ \omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}};$

Modelele matematice se clasifica dupa aceleasi criterii ca si sistemele pe care le descriu

1.2. Modelarea teoretica si identificarea sistemelor
1.2.1. Modelarea teoretică

În principiu un model al unui sistem se obţine din datele observate.

Modelul mintal al dinamicii volan-automobil este dezvoltat prin experienţa conducerii.

Modelele grafice sunt obţinute pe baza anumitor măsurători.

Modelele matematice ale sistemelor se obţin prin utilizarea unei combinatii adecvate de procedee teoretice si experimentale a caror succesiune depinde de obiectivul modelarii si de caracteristicile sistemelor.

În cazul modelării teoretice, **pe baza ecuatiilor de bilan**t (de masă, de energie, de cantitate de miscare), a legilor fizice care descriu fenomenele care intervin in sistemele reale se determina **modelele matematice teoretice ale sistemelor.**

Ecuatiile de bilant se scriu **pentru intreg sistemul** (sau pentru subsistemele componente) in cazul **sistemelor** cu **parametri concentrati**, sau pentru un **element infinitezimal** pentru sistemele cu parametri distribuiti. Fenomenele de acumulare (de consum) din sistem sunt descrise de ecuatii diferentiale ce **constituie ecuatiile de stare ale sistemului**

Simplificarea modelelor teoretice se obtine prin:

a) liniarizarea ecuatiilor neliniare (cu derivate partiale), atunci când functionarea sistemului are loc in jurul unui punct static de functionare dat .

b) aproximarea ecuatiilor cu derivate partiale prin ecuatii diferentiale liniare;

c) reducerea ordinului ecuatiilor diferentiale ordinare.

Modelele teoretice se pot obtine atât pentru **sisteme existente fizic** (realizate) cât si pentru **sisteme in stadiu de proiect de executie.**

Aceste modele au un domeniu mare de validitate iar parametrii acestora au semnificatii fizice directe.

1.2.2. Identificarea sistemelor

Identificarea sistemelor sau **analiza experimentală** este **operaţia de determinare a modelelor matematice** ale acestora **pe baza masuratorilor efectuate** asupra marimilor care caracterizeaza functionarea sistemelor in anumite regimuri

Pe baza cunostintelor apriori despre un sistem (obtinute din modelarea teoretica sau din masuratori anterioare) si a masuratorilor marimilor de intrare si de iesire din sistem, printr-o metoda de identificare se stabileste legatura dintre variabilele masurate, deci **modelul experimental** al sistemului.

Modelul experimental contine ca **parametri, valori numerice a caror legatura functionala** cu datele fizice, ramâne necunoscuta; acest **model descrie comportarea momentana dinamica a sistemului** si poate fi utilizata in scopuri de **conducere sau predictie a unor variabile**.

Modelarea teoretica utilizeaza rezultatele identificării pentru a **verifica exactitatea modelului teoretic**, datorita dificultatilor de apreciere a valorilor unor constante fizico - chimice si/sau constructive ale sistemului respectiv.

De asemenea **identificarea poate utiliza rezultatele modelării teoretice** care **furnizează informaţii asupra structurii modelului sau structurii posibile a acestuia.**

Prin **compararea modelelor teoretice si experimentale** se **pot elimina unele neconcordante** dintre acestea, prin refacerea unor etape din cadrul modelării teoretice sau a identificării.

Pretentiile asupra modelului sunt diferite in functie de scop.

Scopul identificarii poate fi determinarea unor caracteristici dinamice pentru **acordarea unui regulator *PID*, proiectarea analitica a unui regulator stabil**, proiectarea unei strategii optimale de tranzitie intre doua stari ale procesului sau **proiectarea unui regulator optimal stocastic** care sa minimizeze variatiile iesirii datorate zgomotelor.

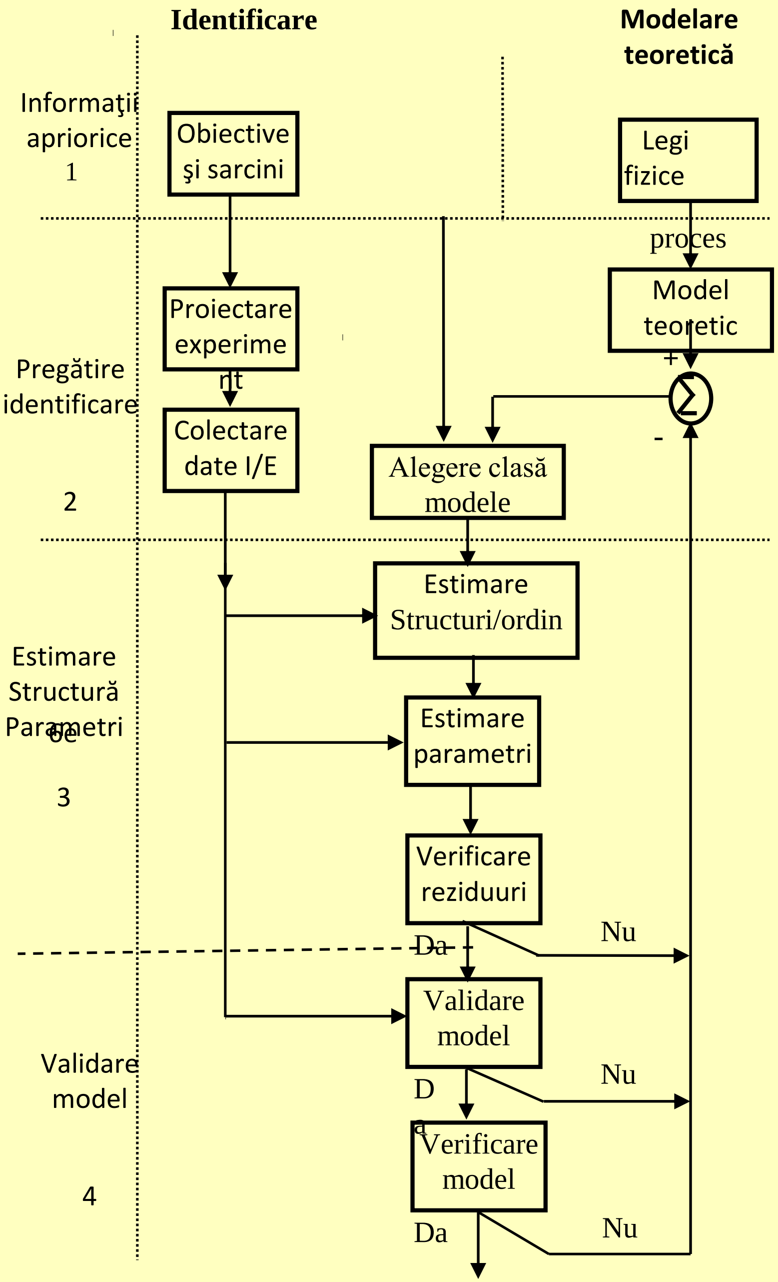
Verificarea adecvantei modelului, consta in compararea unui set de performante ale modelului cu performantele prestabilite in conformitate cu un anumit criteriu.

1.3. Proceduri de identificare a sistemelor

Principalele etape ale procesului de identificare a sistemelor sunt reprezentate în fig. 1.2 : **1) informaţii apriorice ; 2) pregătire identificare ; 3) estimare structură, parametri ; 4) validare model.**

1. **Informatiile apriorice** sunt de o importanta deosebita in identificare. **Cunostintele dobândite** de **experimentator prin intelegerea fizica a procesului** examinat **pot conduce la o anumita structura a modelului,** uneori pot contine chiar informatii asupra valorilor aproximative ale unor parametri **ceea ce simplifica algoritmul de identificare.**

Pe **baza informatiilor apriorice : -** se poate proiecta experimentul de identificare; se poate cunoaste masura în care variabilele de intrare influenteaza iesirile; daca este posibila aplicarea unui semnal de proba si ce caracteristici trebuie sa aiba acesta ; daca este necesara observarea in functionarea normala, in bucla deschisă sau inchisa , care este perioada de esantionare cea mai potrivită pentru achiziţia si prelucrarea datelor, etc.



Identificare
Modelare teoretică
Informaţii apriorice
1
Obiective şi sarcini
Legi fizice
proces
Model teoretic
Proiectare experiment
Pregătire identificare
2
Colectare date I/E
Alegere clasă modele
+
-
Estimare Structuri/ordin
Estimare Structură Parametri
3
Estimare parametri
Verificare reziduuri
Da
Nu
Validare model
Validare model
4
Da
Nu
Verificare model
Da
Nu

Fig. 1.2

Abordarea **procesului ca o "cutie neagra" nu** este realista în majoritatea situatiilor tehnice. În general**,** informatiile apriorice, completate cu cele dobândite pe baza unor experimente, permit adoptarea unei anumite structuri pentru model…

2. În functie de **obiectivele identificarii in etapa a doua se alege un set de modele adecvate pentru tipul de aplicatie preconizat, se stabileste care sunt semnalele de proba care pot fi aplicate sistemului astfel ca estimatiile parametrilor sistemului sa fie cât mai precise.** Se **genereaza semnalele de test si se achizitioneaza datele masurate,** se corecteaza aceste date.

3. Dispunând de **datele masurate si de setul de modele** fixat, in etapa a treia se trece la **determinarea structurii (ordinul modelului) si a parametrilor** acestuia utilizând tehnici de estimare de tipul **metodelor celor mai mici patrate, metoda variabilelor instrumentale,** etc.

4. În etapa a patra se urmareste **validarea modelului verificând daca toate informatiile posibile din datele de intrare - iesire** ale sistemului **se regasesc in model;** se verifica convergenta modelului cu informatiile disponibile.

Procedeele de identificare se pot fi imparti in grupele :
a) analiza Fourier, b) analiza de corelatie, **c) analiza spectrala**, **d) procedee ce utilizeaza modele ajustabile,**
e) estimare de parametri.

a) **Analiza Fourier** se utilizeaza pentru **determinarea caracteristicilor de frecventa** ale **sistemelor liniare continue** cu **valoare relativ mare** a raportului semnal / zgomot.

b) **Analiza de corelatie** se utilizeaza **pentru determinarea functiilor de corelatie (din care se obtin functiile pondere) ale sistemelor continue sau discrete cu marimi de intrare semnale stocastice. Se aplica la sisteme la care raportul semnal/zgomot este de valoare mica.**

c) **Analiza spectrala** se aplica in aceleasi conditii in care se utilizeaza si analiza de corelatie si **permite determinarea functiilor de densitate spectrala de putere** din care se obtin **caracteristicile de frecventa atenuare - pulsatie, faza - pulsatie**

Analiza Fourier, analiza de corelatie si analiza spectrala furnizeaza **modele neparametrice**, reprezentate prin **familii de curbe : răspunsuri temporale (la impuls, indicial), caracteristici de frecvenţă.**

Nu se impune structura modelului,

Se aplica pentru identificarea sistemelor cu structuri oricat de complicate.

Procedeele de identificare d) si e) furnizeaza **modele parametrice,** ceea ce impune **alegerea a priori a structurii** modelului. **Modelele parametrice** sunt reprezentate de **ecuaţiile diferenţiale sau cu diferenţe, funcţiile de transfer, ecuaţiile intrare-stare-ieşire.**

Parametrii modelului se obtin din **conditia minimizarii unei functionale a erorii** dintre model si sistem.

Se pot utiliza urmatoarele erori dintre modelul *M* si sistemul *S*, fig.1.3:

a). eroarea de ieşire, fig.1.3.a, $\varepsilon(t) = y(t) - Mu(t)$

b). eroarea de intrare, fig.1.3.b, $\varepsilon(t) = u(t) - M^{-1}y(t)$

c). eroarea generalizată, fig. 1.3.c, $\varepsilon(t) = M_2^{-1}y(t) - M_1u(t)$

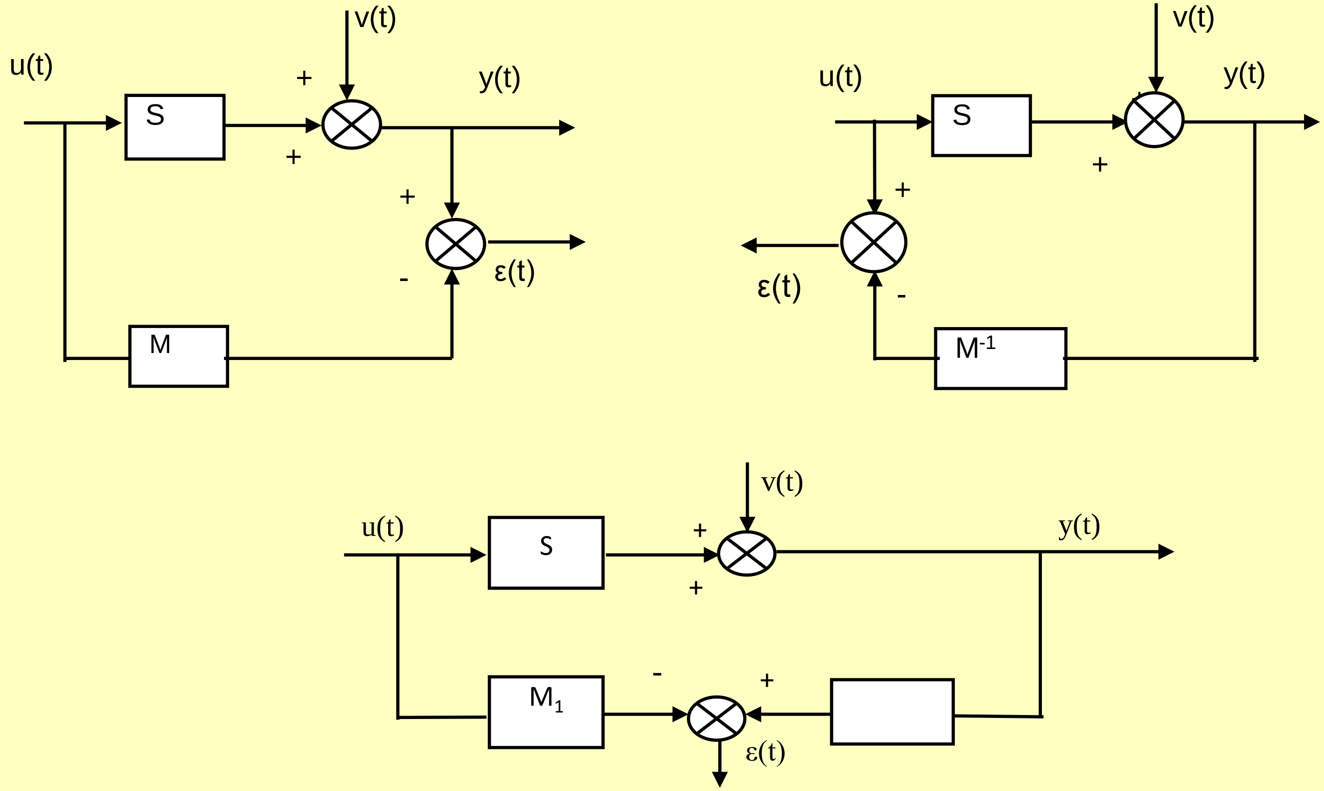


Fig. 1.3

Pentru a obtine erori care depind liniar de parametrii modelului se utilizeaza: **eroarea de iesire** pentru modele de tip **functie pondere** si **eroare generalizata** pentru modele descrise prin **ecuatii diferentiale, ecuatii cu diferente sau functii de transfer.**

Procedeele de identificare care utilizeaza **modele ajustabile** s-au dezvoltat in special pentru **estimarea parametrilor modelelor sistemelor continue;** ele se utilizeaza in cadrul **sistemelor de conducere adaptiva.**

Procedeele de estimare ale parametrilor furnizeaza estimatii ale parametrilor modelului unui **sistem** a carui **structura este cunoscuta.**

Semnalele de intrare conditioneaza in mod esential rezultatele oricarui experiment de identificare, proiectarea si analiza lor dezvoltându-se in paralel cu studiul algoritmilor de identificare.

Primele proceduri de identificare se bazau pe o aparatura de calcul modesta. Prin aplicarea **unor semnale de intrare speciale se obtin informatii despre proces**, direct utilizabile. Se determina exclusiv unele **modele neparametrice.**

Dezvoltarea tehnicii de calcul a facut posibila aplicarea unor metode de identificare care **nu impun un semnal de intrare special;** semnalul de intrare trebuie sa satisfaca o **conditie de persistenta**, notiune care exprima capacitatea unui semnal de a pune in evidenta caracteristicile dinamice ale procesului. În acest caz prelucrarea datelor experimentale se realizeaza cu **algoritmi relativ complicati**, dar care ofera avantaje considerabile.

În fig. 1.4 se prezintă principiul estimării parametrilor modelelor discrete.

Pe calculator este implementat un model discret adaptiv (cu parametri ajustabili). Eroarea dintre ieşirea sistemului la momentul *k, y(k)* şi ieşirea predictată de model $\hat{y}(k)$

numită **eroare de predicţie**, este utilizată de **algoritmul de adaptare parametrică.** Acest algoritm va determina modificarea parametrilor modelului la fiecare moment de eşantionare, astfel încât să se minimizeze această eroare.

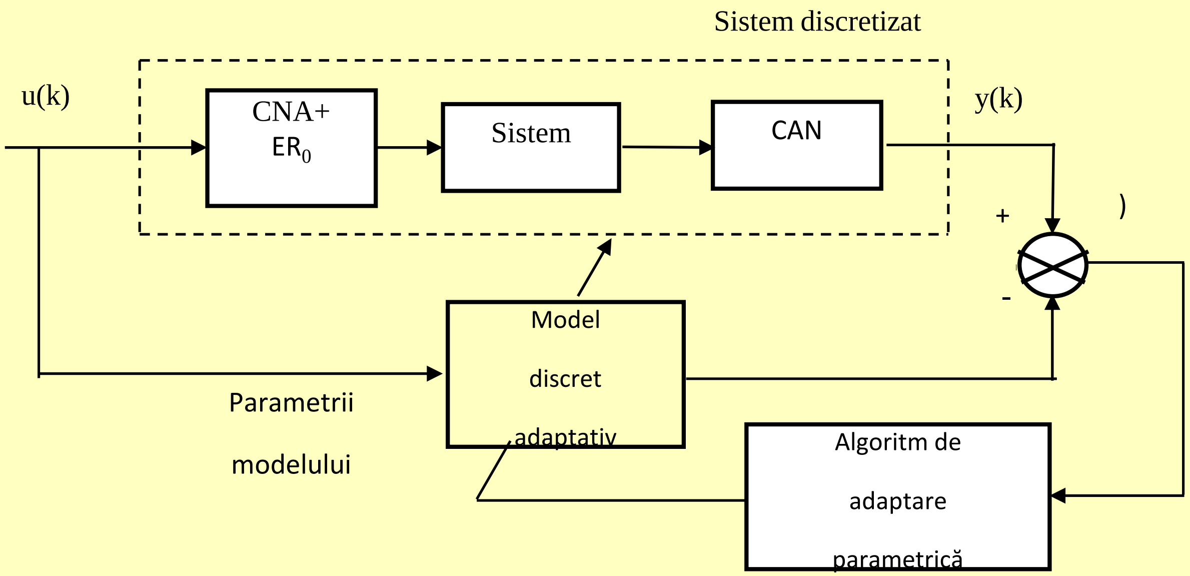


Fig. 1.4

2. MODELAREA SISTEMELOR ŞI SEMNALELOR

2.1. Clase de modele utilizate în identificarea sistemelor

În identificarea sistemelor se utilizează diferite clase de modele

în funcţie de informatia apriorica si de scopul final urmărit,

Clasificarea modelelor se poate face după aceleaşi criterii ca şi sistemele pe care le caracterizează. Se deosebesc diferite categorii de modele.

1. Modele liniare si neliniare

Modelele liniare si neliniare se deosebesc in principal dupa **aplicarea principiului suprapunerii efectelor**, care este posibila numai pentru sistemele liniare. **Liniaritatea se refera la dependenta dintre variabilele sistemului.** Pentru estimarea parametrilor un concept important este cel de **liniaritate (neliniaritate) in parametri , in** raport cu relatia dintre variabilele dependente si parametri.

Un sistem poate fi neliniar din punct de vedere dinamic si totusi liniar (sau liniarizabil) in parametri

Exemplul 2.1: Fie *y(t)* si *u(t)* marimile de iesire/intrare ale sistemului prezentat în fig. 2.1. Modelul sistemului este dat de relatia de legatura dintre aceste marimi.

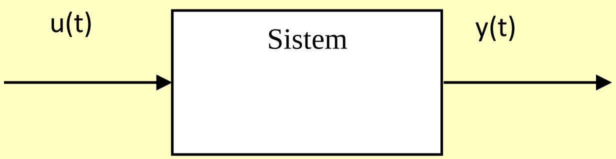


Fig. 2.1

Se consideră

$$y(t) = C[u(t)]^{\alpha} \qquad (2.1)$$

Acest model este neliniar dar liniarizabil in parametrii *C* si α prin transformarea

$$z(t) = \ln y(t); x(t) = \ln u(t) \qquad (2.2)$$

care conduce la modelul liniar

$$z(t) = a + bx(t); \; a = \ln C \, ; b = \alpha \qquad (2.3)$$

2. Modele neparametrice si parametrice

În alegerea clasei de modele se folosesc doua abordari. Primul mod de abordare foloseste **ideea transformarii definite pe un spatiu al functiilor** care ofera o reprezentare a semnalelor de intrare si iesire din sistem. În acest caz modelul sistemului consta din transformarea de la spatiul functiilor de intrare la spatiul functiilor de iesire. Pentru că nu se folosesc informatii despre structura fizica a sistemului se obţin **modele neparametrice (**raspunsuri la impuls, caracteristici de frecventa, serii Voltera etc.)

Al doilea mod de abordare porneste de la o **descriere matematica a dinamicii sistemului in spatiul** parametrilor. Coordonatele acestui spatiu sunt valorile numerice ale parametrilor modelului, considerate ca iesiri ale acestuia.

Daca **modelul** este de exemplu **ecuatia diferentiala liniară, coordonatele spatiului** parametrilor pot fi **coeficientii ecuatiei si valorile conditiilor initiale.**

Modelele din aceasta categorie se numesc **modele parametrice** (ecuatii diferentiale de forma si de ordin determinat, functii de transfer, modele de stare etc.)

3. Modele intrare - iesire si modele intrare - stare - iesire

Descrierea matematica a unui sistem utilizeaza marimile de intrare *u(t)*, de iesire *y(t)* si de stare *x(t)*, fig. 2.2.

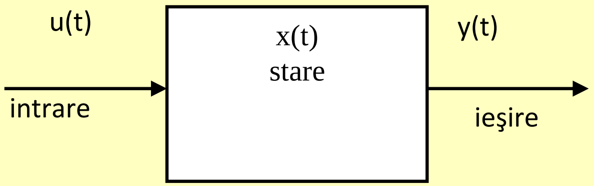


Fig. 2.2

Marimea de intrare (marimea cauza) *u(t)* se aplica sistemului de la un moment initial *τ* pe o durata de timp finita numita **interval de observare**. **Marimea de iesire** (marimea efect) *y(t)* depinde de marimea de intrare *u(t)* si de starea initiala *x(τ).* Modelul matematic al unui sistem real se poate exprima prin doua seturi de ecuatii

1.ecuatiile intrare-stare care exprima **dependenta marimilor de stare ale sistemului de marimile** sale de **intrare.**

2. **ecuatiile de iesire** care exprima **dependenta dintre marimile de iesire si cele de stare**, adică **:**

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(t, x(t), u(t)) \\ y(t) &= g(t, x(t), u(t)) \end{aligned} \qquad (2.4)$$

cu *x(τ)* dat*,* in care *f, g, x, u* sunt marimi vectoriale de dimensiuni adecvate.

Aceasta descriere constituie reprezentarea intrarea-stare-ieşire a sistemului (**model de stare**). Solutia ecuatiei de stare este de forma

$$x(t) = \varphi(t, \tau, x(\tau), u(t)),\ \mathrm{t} \geq \tau \qquad (2.5)$$

unde : *u (t)* este definita pe intervalul *[τ, t]* ; φ este **functia de tranzitie a starilor**

Eliminând starea *x(t)* din cele doua relatii (2.4) rezulta

$$y(t) = g(t, \varphi(t, \tau, x(\tau), u(t)), u(t));\ \mathrm{t} \geq \tau \qquad (2.6)$$

care constituie reprezentarea intrare-iesire (model intrare-iesire) a sistemului.

Modelele intrare-stare-ieşire prezintă facilitati deosebite in analiza si sinteza sistemelor automate in domeniul timpului, prin implementarea uşoară pe calculator a unor metode specifice.

4 . Modele invariante si variante in timp

Modelele invariante in timp au **parametri constanti.** Modelele sistemelor variante in timp necesita metode speciale de identificare recurgând la algoritmi de estimare in timp real a parametrilor.

5. Modele discrete în timp si modele in timp continuu

Modelele continue sunt mai **putin manevrabile** din punct de vedere numeric decât modelele discrete. Procesele industriale sunt in majoritate continue. Un **sistem discret** trebuie considerat in general ca **o aproximaţie a unui sistem continuu.**

6. Modele in domeniul timp si in domeniul frecventelor

Modele in domeniul timp sunt: **ecuatii diferentiale** in timp continuu, **ecuatii cu diferente** in timp discret. **Modele in domeniul frecventelor** sunt **functiile de transfer** si **caracteristicile de frecventa.**

Modele in domeniul frecventelor sunt **functiile de transfer** si **caracteristicile de frecventa.**

7. Modele deterministe si modele stocastice

Pentru un model determinist marimea de iesire poate fi calculata exact cât timp marimea de intrare este un semnal cunoscut.

Un **model stocastic** contine termeni care fac imposibil calculul exact al marimii de iesire; acesti termeni constituie descrieri ale perturbatiilor.

Prin exploatarea proprietatilor sistemelor stocastice se pot obtine strategii de control care sa minimizeze actiunea perturbatiilor.

8. Modele cu parametri concentrati si modele cu parametri distribuiti

Modelele sistemelor cu **parametri concentrati** sunt constituite din sisteme cu **numar finit de ecuatii diferentiale** ordinare.

Pentru sistemelor cu parametri distribuiti corespund **modele** care contin fie un **numar infinit de ecuatii diferentiale** ordinare fie un **numar finit de ecuatii cu derivate partiale.**

9. Modele cu o singura intrare, o singura iesire (SISO) si modele multivariabile (MIMO)

Sistemele multivariabile pot avea mai multe intrari si o singura iesire (MISO) sau mai multe intrari si mai multe iesiri (MIMO).

Procesele industriale sunt in marea lor majoritate neliniare; dar in multe cazuri **intereseaza comportarea dinamica la mici variatii in jurul unui punct static de functionare,** situatie in care un model liniar poate aproxima suficient de bine comportarea procesului real.